1. Übungsblatt zu
Grundzüge der Theoretischen Informatik 1, WS 2013/14

Prof. Dr. Gert Smolka, Jonas Kaiser, M.Sc.
www.ps.uni-saarland.de/courses/ti-ws13/

Lesen Sie im Buch: Lecture 1 – Lecture 4

Aufgabe 1.1 Definieren Sie die Funktion $\#a(x)$ rekursiv, sodass $\#a(x)$ die Anzahl der Auftreten von a in x liefert.

Aufgabe 1.2 Geben sie für jede der folgenden Sprachen einen DFA (deterministischer, endlicher Automat) an, der diese Sprache erkennt, jeweils als Diagramm und als Tabelle.

(a) $\emptyset$
(b) Σ^*
(c) $\{x \mid \#1(x) = 2\}$, wobei $\Sigma = \{0, 1\}$
(d) $\{x11y \mid x, y \in \Sigma^*\}$, wobei $\Sigma = \{0, 1\}$

Aufgabe 1.3 Geben sie für jede der folgenden Sprachen einen DFA an, der diese Sprache erkennt, jeweils als Diagramm und als Tabelle.

(a) Die Menge aller Wörter aus $\{1, 4, 8\}^*$ welche das Teilwort „481“ enthalten.
(b) Die Menge aller Wörter aus $\{a\}^*$ deren Länge durch 2 oder 7 teilbar ist.
(c) Die Menge aller binären Zeichenfolgen x für die $\#0(x)$ gerade und $\#1(x)$ ein vielfaches von 3 ist.
(d) Die Menge aller Zeichnfolgen über das Alphabet $\{a, b\}$, in denen das Teilwort „bbb“ mindestens drei mal vorkommt. Die einzelnen Instanzen dürfen sich teilweise überlappen, d.h. „bbbbb“ ist ein gültiges Wort.

Aufgabe 1.4 Im folgenden betrachten wir Paare von DFAs, M_1 und M_2. Nutzen Sie die Produktkonstruktion um für jedes dieser Paare einen DFA zu bauen, welcher (i) den Schnitt von $\mathcal{L}(M_1)$ und $\mathcal{L}(M_2)$ und (ii) deren Vereinigung akzeptiert. Löschen Sie unerreichbare Zustände.

(a)

	M_1		a	b
→	1		1	2
	2	F	2	1

	M_2		a	b
→	1		2	3
	2		3	1
	3	F	1	2

(b)

	M_1		a	b
→	1		2	2
	2	F	1	1

	M_2		a	b
→	1		2	1
	2	F	1	2

(c)

	M_2		a	b
→	1		2	3
	2	F	3	1
	3	F	1	2

	M_1		a	b
→	1	F	3	2
	2		1	3
	3	F	2	1

Aufgabe 1.5 Sei $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ ein DFA und sei $\hat{\delta}$ wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(q, \epsilon) &\stackrel{\text{def}}{=} q \\ \hat{\delta}(q, ax) &\stackrel{\text{def}}{=} \hat{\delta}(\delta(q, a), x) \end{aligned}$$

Beweisen Sie mittels struktureller Induktion über x, dass

$$\forall x, y \in \Sigma^*, \forall q \in Q, \hat{\delta}(q, xy) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y).$$

Aufgabe 1.6 Sei B eine Sprache über Σ, also $B \subseteq \Sigma^*$. Man nennt B *reflexiv*, falls $\epsilon \in B$ gilt, und man nennt B *transitiv*, falls $BB \subseteq B$ gilt. Gegeben sei eine beliebige Sprache A. Zeigen Sie das A^* die kleinste reflexive und transitive Sprache ist, welche A enthält. Zeigen Sie hierfür zuerst, dass A^* reflexiv und transitiv ist, und dass $A \subseteq A^*$ gilt. Zeigen Sie dann, dass für eine beliebige Sprache C, welche reflexiv und transitiv ist und welche A als Teilmenge enthält, $A^* \subseteq C$ gilt.