



4. Übungsblatt zu Grundzüge der Theoretischen Informatik, WS 2013/14

Prof. Dr. Gert Smolka, Jonas Kaiser, M.Sc.
www.ps.uni-saarland.de/courses/ti-ws13/

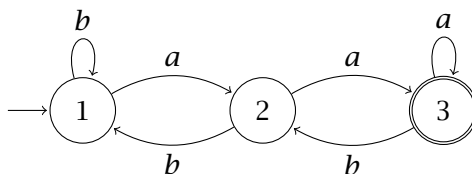
Lesen Sie im Buch: Zweite Hälfte von Lecture 9 - Lecture 10, sowie Supplementary Lecture A

Update: Dies ist die endgültige Version von Blatt 4. Die Aufgabe zu Kleene Theoremen wurde entfernt (kommt aber später auf einem anderen Blatt noch einmal). Dafür gibt es eine Aufgabe zur Elimination von Negationen in Mustern, welche die meisten der bekannten Techniken trainiert. Ansonsten haben wir nur die Reihenfolge etwas angepasst, entsprechend der Relevanz für Test und Klausur.

Aufgabe 4.1 Sie haben in der Vorlesung *Transitionsprädikate* kennen gelernt. Hierbei handelt es sich um Relationen, welche eine alternative Charakterisierung der von einem Automaten erkannten Sprache ermöglichen. Im folgenden sei $N = (Q, \Sigma, \Delta, S, F)$ ein NFA.

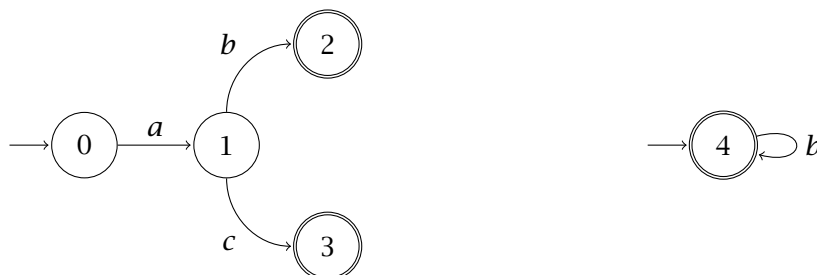
- Sei $T \subseteq Q \times \Sigma \times Q$ das Zeichen-Transitionsprädikat. Für $(p, a, q) \in T$ schreiben wir gewöhnlich $p \xrightarrow{a} q$. Geben Sie die Definition für $p \xrightarrow{a} q$ an.
- Sei $\hat{T} \subseteq Q \times \Sigma^* \times Q$ das Wort-Transitionsprädikat. Für $(p, x, q) \in \hat{T}$ schreiben wir gewöhnlich $p \xrightarrow{x} q$. Geben Sie die induktive Definition von $p \xrightarrow{x} q$ an.
- Sei $T^\dagger \subseteq Q \times \Sigma^* \times 2^Q \times Q$ das *zustandsbeschränkte* Wort-Transitionsprädikat. Für $(p, x, X, q) \in T^\dagger$ schreiben wir gewöhnlich $p \xrightarrow[x]{x} q$. Geben Sie die induktive Definition von $p \xrightarrow[x]{x} q$ an.
- Geben Sie die Definition der Sprache $\mathcal{L}(N)$ mit Hilfe eines Transitionsprädikates an.

Aufgabe 4.2 Betrachten Sie folgenden NFA und wenden Sie den Kleene-Algorithmus an, um einen äquivalenten regulären Ausdruck zu konstruieren.

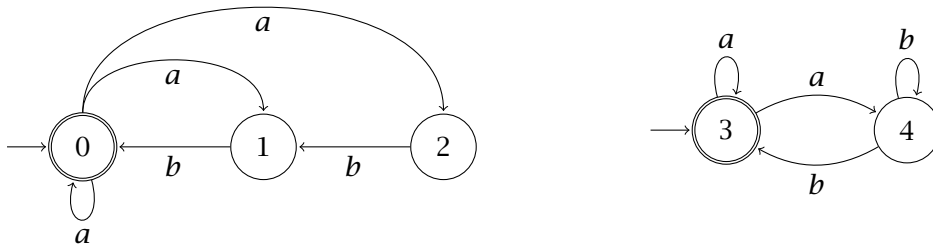


Aufgabe 4.3 Im folgenden sind jeweils zwei NFAs gegeben. Geben Sie jeweils die Konkatination der beiden Automaten an. Verwenden Sie keine ϵ -Übergänge.

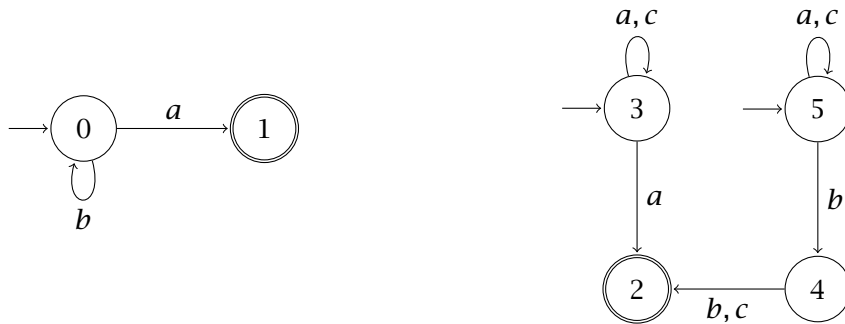
(a)



(b)

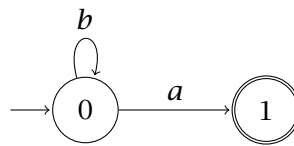


(c)

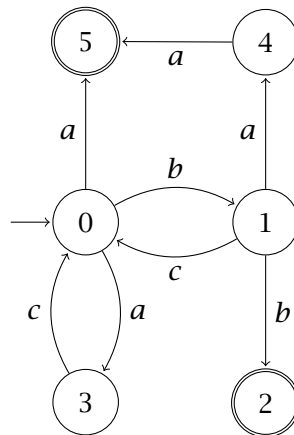


Aufgabe 4.4 Betrachten Sie folgende NFAs. Geben Sie jeweils die Sternkonstruktion des Automaten an. Verwenden Sie keine ϵ -Übergänge.

(a)



(b)



Aufgabe 4.5 Sei $h : \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ ein Homomorphismus auf Sprachen.

(a) Geben Sie die charakteristische Eigenschaft von h an.

(b) Zeigen Sie, dass $h(\epsilon) = \epsilon$.

Aufgabe 4.6 *Anspruchsvoll*

Sei $\alpha = (a + b)^* ab(a + b)^*$ ein regulärer Ausdruck und $\sim \alpha$ ein Muster.

a) Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

- Beschreiben Sie die Sprachen $\mathcal{L}(\alpha)$ und $\mathcal{L}(\sim \alpha)$ in Worten.
- Geben Sie nun direkt einen regulären Ausdruck β an, so dass $\mathcal{L}(\beta) = \mathcal{L}(\sim \alpha)$.

b) Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$.

- Beschreiben Sie die Sprachen $\mathcal{L}(\alpha)$ und $\mathcal{L}(\sim \alpha)$ in Worten.
- Konstruieren Sie nun systematisch einen regulären Ausdruck β , so dass $\mathcal{L}(\beta) = \mathcal{L}(\sim \alpha)$. Verwenden Sie hierfür die aus der Vorlesung bekannten Konstruktionen wie zum Beispiel die Negation auf Automaten. Motivieren Sie jeden Teilschritt Ihrer Lösung und vereinfachen Sie, falls möglich.
- Vergleichen Sie ihre Lösung β mit Ihrer informellen Beschreibung von $\mathcal{L}(\sim \alpha)$. Entspricht der Ausdruck ihrer Intuition?

Aufgabe 4.7 *Challenge*

Sei $N = (Q, \Sigma, \Delta, S, F)$ ein NFA. Zeigen Sie, dass

$$\forall p, q \in Q, \forall x \in \Sigma^*, p \xrightarrow{x} q \iff q \in \hat{\Delta}(\{p\}, x).$$

Tip: Die beiden Richtungen der Äquivalenz zeigt man separat, wobei (\Rightarrow) eine Induktion über die Herleitung von $p \xrightarrow{x} q$ erfordert und (\Leftarrow) eine Induktion über x .